Formador Jorge Teixeira

ÍNDICE

1. **Formalização de proposições**
   1. **O que deves saber**
   2. Noção de proposição…………………………………………………….. 2
   3. Proposições simpoles e proposições complexas……………….. 2
   4. As conetivas (Operadores proposicionais) e as variáveis proposicionais
   5. Formalizar proposições
   6. **Exercícios**
2. **O que deves saber**
   1. **Noção de proposição**

**Uma proposição pode definir-se como aquilo que é expresso por uma frase declarativa com um conteúdo verdadeiro ou falso (= valor de verdade) e que tanto pode constituir uma afirmação como uma negação.**

**Sendo assim, as frases que não expressem um conteúdo que possa ser considerado verdadeiro ou falso não podem ser consideradas proposições, o que acontece com as frases interrogativas e imperativas.**

**Exemplo 1**

***Onde vais?***

***O Francisco perguntou à Marta onde é que ela ia.***

***O Francisco fez a seguinte pergunta à Marta: “Onde vais?”***

**Neste caso, a primeira frase é uma interrogação e não pode ser considerada uma proposição, mas as duas outras frases são proposições, uma vez que o seu conteúdo é verdadeiro ou falso, quer dizer, ou é verdade que o Francisco fez essa pergunta à marta ou não é verdade que a tenha feito. Ao contrário, quando se faz uma pergunta não tem sentido pensar se ela é verdadeira ou falsa.**

**Exemplo 2**

***Já para a rua!***

***O professor mandou o Carlos para a rua.***

***O professor gritou: “Já para a rua!”***

**Tal como no exemplo 1, apenas as duas últimas frases são proposições, na medida em que são as únicas que expressam um conteúdo que ou é verdadeiro ou falso. Por outro lado, não têm sentido perguntar se a ordem expressa na primeira frase é verdadeira ou falsa.**

**Exemplo 3**

***Deus existe.***

***Deus não existe.***

***Os extraterrestres existem.***

***Os extraterrestres não existem.***

**Neste caso é claro que qualquer uma destas frases declarativas constitui uma proposição e, embora saibamos ao certo quais delas são verdadeiras ou falsas, sabemos que cada uma delas só pode ser ou verdadeira ou falsa. Quer dizer, eu posso não saber se é verdade que “Deus existe”, mas tem sentido inquirir sobre a verdade ou falsidade, logo “Deus existe” expressa um conteúdo verdadeiro ou falso e, mesmo que não saiba ao certo se Deus existe ou não, isso é suficiente para que esta frase seja considerada uma proposição.**

* 1. **Proposições simples e proposições complexas**

**Quando estamos perante uma proposição diz-se que essa proposição é simples (ou atómica). No caso de uma proposição resultar da ligação de duas ou mais proposições, estamos perante uma proposição complexa (ou composta ou molecular).**

**Exemplo 1**

***Está bom tempo.***

***Vou à praia.***

***Vou jantar fora.***

**Estas são proposições simples.**

**Exemplo 2**

***Vou à praia e vou jantar fora.***

***Se estiver bom tempo, vou à praia.***

***Ou vou à praia e não vou jantar fora ou não vou à praia e vou jantar fora.***

**Neste exemplo, qualquer uma destas proposições é complexa, na medida em que resulta da ligação de duas ou mais proposições simples.**

* 1. **As conetivas (ou operadores proposicionais) e as variáveis proposicionais.**

**Para ligar as proposições temos cinco conetivas: a conjunção, a disjunção(inclusiva), a disjunção exclusiva, a condicional (ou implicação) e a bicondicional (ou equivalência). Qualquer uma destas conetivas liga proposições simples entre si, constituindo proposições complexas, pelo que também se podem considerar operadores diádicos (ligam duas proposições). Considera-se ainda a negação como um operador proposicional, que é monádico por não ligar proposições, incidindo sobre uma proposição simples ou sobre uma proposição complexa, mas nunca ligando duas proposições. Pelo que, em rigor, não pode ser considerada uma conetiva.**

**As variáveis proposicionais correspondem às letras (maiúsculas ou minúsculas) que usamos para designar as proposições simples.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Designação** | **Como se Lê** | **Formalização** | **Exemplo** |
| Negação | Não (¬) | ¬P | O João não vai a Paris.  Não é verdade que o João vá a Paris |
| Conjunção | E (∧) | P ∧ Q | O João vai a Paris e a Londres. |
| Disjunção | Ou (∨) | P ∨ Q | O João vai a Paris ou a Londres. |
| Disjunção  exclusiva | Ou… ou… | P Ṽ Q | O João ou vai a Paris ou a Londres. |
| Condicional | Se... então (→) | R → P | Se passar de ano, (então) o João vai a Paris. |
| Bicondicional | Se e somente se (↔) | R ↔ P | O João vai a Paris se e só se passar de ano. |

* 1. **Formalizar proposições**

Para formalizares proposições, tens de substituir cada uma das proposições simples por uma letra (variável proposicional) e todos os conetores pelo símbolo correspondente à conetiva utilizada. Terás também de recorrer, consoante os casos, ao uso de parenteses curvos, parenteses retos e chavetas.

Vamos considerar o seguinte dicionário:

*O João vai a Paris.* = P

*O João vai a Londres.* = Q

*O João passa de ano.* = R

Este dicionário estabelece as letras que designam cada proposição simples.

Para formalizarmos proposições compostas temos de recorrer aos conetores.

**Exemplo 1 – Negação**

*O João não passou de ano.* ¬ R

*Não é verdade que o João tenha passado de ano.* ¬ R

*O João reprovou o ano.* ¬ R

Embora se expresse de formas diferentes, a proposição, em termos lógicos, é a mesma, pelo que se formaliza sempre da mesma maneira (¬ R). No último caso, embora a frase seja afirmativa, expressa um conteúdo que corresponde à negação da frase simbolizada por R, “reprovar” é, em termos lógicos, equivalente a “não passar de ano”, pelo que corresponde à negação de R.

**Exemplo 2 – Conjunção**

*O João vaia Paris e a Londres.* P ∧ Q

*O João vai a Paris, mas não vai a Londres.*  P ∧ ¬Q

*O João nem vai a Paris nem vai a Londres.*  ¬P ∧¬ Q

Em qualquer caso, estamos perante uma conjunção. Como podes constatar, a conjunção pode não se expressar por um “e”; neste caso, o “mas” tem o mesmo significado lógico que o “e” e que, por exemplo, uma virgula ou um ponto e virgula. Em cada expressão proposicional tens de pensar na operação lógica que está a ser expressa, mesmo quendo essa expressão não é a habitual.

**Exemplo 3 – Disjunção (inclusiva)**

*O João vai a Paris ou a Londres.* P ∨ Q

*O João não vai a Paris ou não vai a Londres.* ¬P ∨ ¬Q

A disjunção (inclusiva) expressa-se por um “ou” que liga duas proposições. Esta è a disjunção mais utilizada, pelo que normalmente se omite o termo “inclusiva”; quando se menciona apenas a “disjunção”, trata-se sempre da disjunção inclusiva.

**Exemplo 4 – Disjunção Exclusiva**

*O João ou vai a paris ou vai a Londres.* P Ṽ Q

*O João ou passa de ano ou não vai a Paris.* P Ṽ ¬Q

A disjunção exclusiva expressa-se a partir do uso de duas vezes o termo “ou” evidenciando as alternativas em causa (“Ou vaia Paris ou vai a Londres”).

Apesar do uso repetido do termo “ou”, formaliza-se apenas com o símbolo Ṽ colocado entre as duas proposições. Quando está em causa este tipo de disjunção deve sempre ser explicitamente referido que se trata da disjunção exclusiva, para não confundir com a disjunção do exemplo anterior.

**Exemplo 5 - Condicional**

*Se o João passar de ano, (então) vai a Paris.* R → P

*Se o João reprovar, (então) não vai a Londres.* ¬R ∧¬ Q

A condicional (ou implicação) expressa-se normalmente por “se… então…” (e, muitas vezes, o termo “então” pode omitir-se), formalizando-se apenas com o símbolo → colocado entre duas proposições. Esta conetiva tem uma particularidade em relação a todas as outras: é a única que não obedece à propriedade comutativa. Dizer-se que “o João vai a Paris ou a Londres” tem o mesmo significado lógico que dizer que “o João vaia Londres ou a Paris”; porém, no que respeita à condicional, a situação já é diferente. Dizemos que “se o João passar de ano, vai a Paris” (estamos a afirmar que, no caso do João passar de ano, ele vai a Paris: basta passar de ano para ir a Paris) não é o mesmo que dizermos “se o João for a Paris, vai passar de ano” (estamos a afirmar que, no caso de ir a Paris, ele vai passar de ano; basta ir a Paris para passar de ano).

Esta conetiva pode expressar-se de formas muito diferentes. Partindo da proposição”Se o João passar de ano, então vai a Paris”, podemos expressá-la de muitas formas:

*Caso passe de ano, o João vai a Paris.*

*Basta passar de ano para o João ir a Paris.*

*O João vai a Paris se passar de ano.*

Qualquer uma destas expressões tem o mesmo significado logico, formalizando-se todas da mesma forma: R → P

**Exemplo 6 – Bicondicional**

*O João vai a Paris se e só se passar de ano.* P ↔ R

*O João vai a Paris apenas se passar de ano.* P ↔ R

*O João reprovará apenas se for a Londres.* ¬R ↔ ¬ Q

A bicondicional (ou equivalência) expressa-se normalmente por “…se e só se…”, que se coloca a ligar ambas as proposições. No entanto, pode expressar-se, tal como qualquer conetiva, de formas diferentes. Neste caso, as duas primeiras expressões apresentadas têm o mesmo significado lógico e simbolizam-se da mesma forma (dizer “se e só se” é o mesmo que “apenas se” ou “somente no caso de”, entre outras possibilidades).

**Exemplo 7 – Recurso a parenteses e a chavetas**

Podes também formalizar uma proposição em que não foi definido o dicionário; neste caso, tens de definir o teu próprio dicionário a partir das letras que escolheres. No entanto, deves ter muito cuidado para, ao longo de todo o exercício, seres coerente com as letras escolhidas.

Se o treinador for despedido a meio da época, o clube não será campeão nem terá dinheiro para pagar os ordenados dos jogadores; por outro lado, se o treinador não for despedido, o clube não será campeão, mas terá dinheiro para pagar os ordenados aos jogadores.

Vamos considerar o seguinte dicionário:

P: O treinador é despedido a meio da época.

Q: O clube é campeão.

R: O clube tem dinheiro para pagar o ordenado aos jogadores.

Sendo assim, para formalizarmos esta proposição, teremos de simbolizar a conjunção de duas implicações (ou condicionais).

A primeira terá como antecedente P e como consequente a conjunção de ¬ Q e ¬R, ficando

P → (¬ Q ∧ ¬R), correspondente a *se o treinador dor despedido a meio da época, o clube não será campeão nem terá dinheiro para pagar os ordenados aos jogadores.* Neste caso, o uso do parenteses curvo é necessário para indicar que o consequente é toda a conjunção (sem parenteses, o P estaria a implicar o ¬ Q e não a conjunção de ¬ Q e ¬R).

Se fizermos o mesmo para a segunda implicação (*se o treinador não for despedido, o clube não será campeão, mas terá dinheiro para pagar o ordenado aos jogadores)*, ficará ¬P → (¬ Q ∧R).

Agora, para formalizarmos toda a expressão proposicional, teremos de ligar as implicações

P → (¬ Q ∧ ¬R) e ¬P → (¬ Q ∧R) por uma conjunção, mas para isso temos de recorrer ao parenteses reto para associar cada uma das implicações, pois é necessário indicar que a conjunção é entre as duas implicações, pelo que cada uma terá de ser considerada no seu conjunto. Deste modo, a formalização de expressão inicial seria a seguinte:

[P → (¬ Q∧¬R)] ∧ [¬P → (¬ Q∧R)]

Vamos agora admitir que a expressão era idêntica à anterior, mas que se negava cada uma das implicações.

*Não é verdade que se o treinador for despedido a meio da época, o clube não será campeão nem terá dinheiro para pagar os ordenados dos jogadores, por outro lado, também não é verdade que se o treinador não for despedido, o clube não será campeão, mas terá dinheiro para os ordenados dos jogadores.*

Neste caso, apenas teríamos de colocar o sinal de negação antes de cada parenteses reto, indicando que tudo o que está incluído nele está a ser negado, ficando formalizado desta forma:

¬ [P → (¬ Q∧¬R)] ∧¬ [¬P → (¬ Q∧R)]

Vamos ainda imaginar que pretendíamos negar toda aquela proposição, que ficaria assim:

*Não é verdade que, se o treinador for despedido a meio da época, o clube não será campeão nem terá dinheiro para pagar os ordenados dos jogadores e que, se o treinador não for despedido, o clube não será campeão, mas terá dinheiro para pagar aos jogadores.*

Neste caso teríamos de colocar o sinal de negação a anteceder toda a expressão formalizada e, para isso, necessitamos de usar chavetas, uma vez que o sinal de negação vai incidir sobre toda a fórmula proposicional que está no interior das chavetas. Neste caso, ficaria assim formalizado:

¬ {[P → (¬ Q∧¬R)] ∧ [¬P → (¬ Q∧R)]}